# QUESTION 1 – Poutre en flambage (8 points)

Une poutre de longueur $L = 6\pi a$ est encastrée en A (figure 1a). La section de la poutre a deux zones creuses (figure 1b). La poutre est soumise à une force axiale $F$ en son extrémité B. On néglige le poids de la poutre et on considère le repère *xyz* des figures 1a et 1b.

Rappel: Le moment quadratique d'un carré de côté *b en son centroïde* est $I_{z,yo} = \frac{b^4}{12}$

**1a)** (2 pts). Calculez les moments quadratiques $I_{z,y=y_0}$ et $I_{y,z=z_0}$ de la poutre pour une flexion autour de ses axes neutres $y_0$ et $z_0$.

**1b)** (3 pts).

- Calculez la force critique $F_{cr}$ pour atteindre le flambage. Donnez votre réponse en fonction seulement **de $E$ et de $a$**.
- Donnez le plan et direction de flambage ; justifiez votre réponse

**1c)** (2 pts). La contrainte pour la rupture du matériau est $\sigma_{yield} = E/4$.

- Avec un facteur de sécurité de 4, quelle est la force $F_{mat}$ pour une rupture du matériau, s'il n'y a pas de flambage? Donnez votre réponse en fonction seulement de $E$ **et de** $a$.
- Avec un facteur de sécurité de 2, quelle est la force critique $F_{flam}$ pour le flambage? Donnez votre réponse en fonction seulement de $E$ **et de** $a$.

**1d)** (1 pt). Sans changer l'aire de la section, comment pourrait-on repositionner les deux carrés vides pour augmenter :

i) $F_{mat}$

ii) $F_{flam}$ , sans changer le plan de flambage

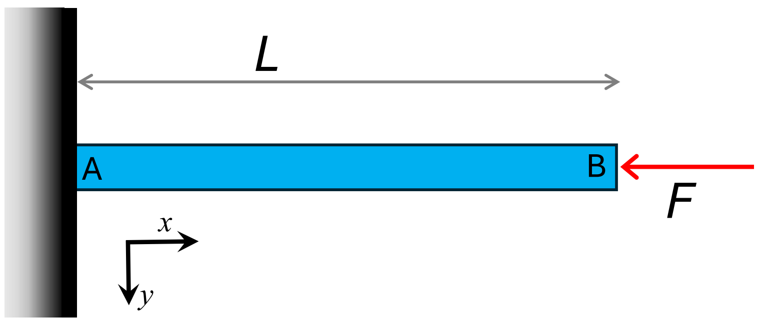


**Figure 1a : Une force axiale F est imposée sur la poutre en B.**

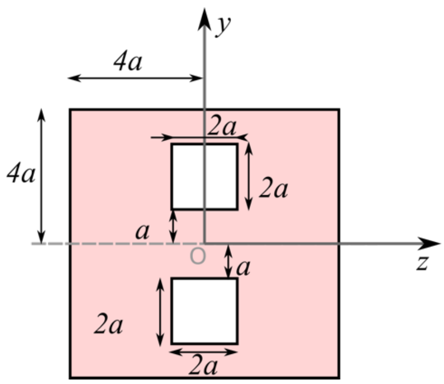


**Figure 1b : Section de la poutre.**
- rose = module de Young $E$
- blanc = vide

## *QUESTION 2 – Poutre composite* *(14 points)*

Soit la poutre encastrée de longueur $L$ illustrée en figure 2a. La poutre est soumise à une charge distribuée Q (en [N/m]) et une charge ponctuelle P (en [N]), telles que dessinées. On néglige le poids de la poutre. On considère le repère *xyz* des figures 2a et 2b.

On donne $\boldsymbol{P = \frac{3}{8} aQ}$.

La poutre est composite (figure 2b), formée de deux matériaux de module de Young $\boldsymbol{E_1}$ **et** $\boldsymbol{E_2 = 2\,E_1}$.

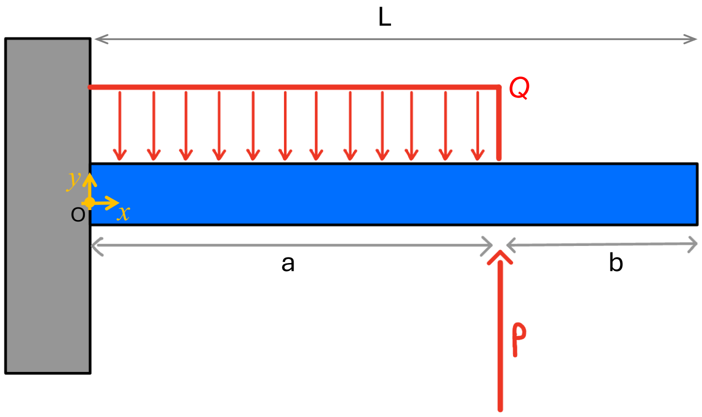


**Figure 2a : Poutre encastrée.**

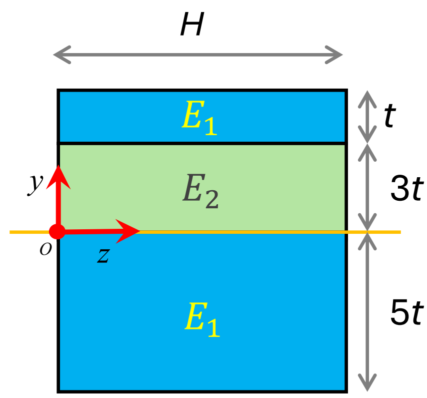


**Figure 2b : Section de la poutre composite. L'axe neutre (en orange) passe par $y = 0$.**

**2a)** (2 pt). Montrez que l'axe neutre se trouve à $\boldsymbol{y_0 = 0}$ dans le système de coordonnées de la Figure 2b.

**2b)** (4 pts). Donnez l'expression de la flèche $\boldsymbol{w(x)}$ le long de la poutre en fonction seulement de: $\boldsymbol{x}$, $\langle \boldsymbol{EI_z} \rangle$, **a, L et Q.** Remplacer $P$ par $P = \frac{3}{8}aQ$ afin de simplifier les expressions.

**2c)** (1 pt). Que vaut $\boldsymbol{w(x = a)}$ ? Quel type de support pourrait donner lieu à ce résultat ? Expliquez votre choix.

**2d)** (4 pts). Exprimez le moment de flexion interne $\boldsymbol{M_z(x)}$ le long de la poutre en fonction seulement de: $\boldsymbol{x}$, **a, L et Q**.

- Pour quelle valeur de $\boldsymbol{x}$ est-ce que $|\boldsymbol{M_z(x)}|$ est maximum ?
- Quelle est la valeur de $\boldsymbol{M_z(x)}$ en ce point, en fonction seulement de **a et Q**?

**2e)** (2 pts). Exprimez la contrainte $\boldsymbol{\sigma_x(y)}$ à $x = 0$. Donnez votre réponse en fonction **de** $\boldsymbol{y}$**,** $\boldsymbol{E_1}$**,** $\langle \boldsymbol{EI_z} \rangle$**, et** $\boldsymbol{M_z(x = 0)}$. Pour quelle valeur de $y$ est-ce que $|\boldsymbol{\sigma_z(x)}|$ est maximum ? justifiez votre réponse.

**2f)** (1 pt). Dessinez le graphe représentant la contrainte $\boldsymbol{\sigma_x(y)}$ **en fonction de** $\boldsymbol{y}$ à $x = 0$.

## *QUESTION 3 – Poutre hyperstatique (3 points)*

**Pour la poutre (en bleu) de la figure 3 :**

a) (0.5pt). Dessinez le diagramme des forces de la poutre. Ignorez les forces selon l'axe $x$.

b) (0.5pt). Indiquez le nombre de redondant(s).

c) (0.5pt). Indiquez votre choix de redondant(s) pour résoudre le problème.

d) (1 pt). Dessinez les systèmes isostatiques nécessaires à la résolution du problème.

e) (0.5pt). Donnez le/les équations de compatibilité en fonction de la flèche ou de sa dérivée à un/plusieurs points.

**Ne pas calculer la flèche. Ne pas résoudre les équations de compatibilité, nous vous demandons simplement les poser**.

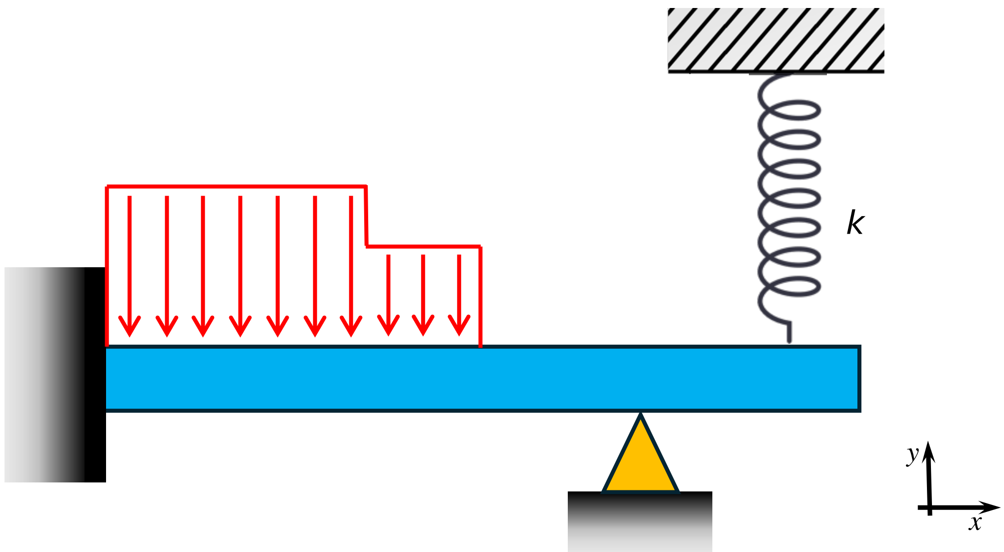


**Figure 3 : Poutre encastrée**